

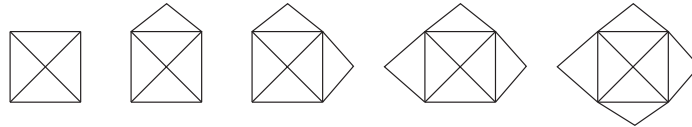
**Математичко такмичење „Кенгур без граница” финале 2017.**  
**11 – 12. разред**

*Задачи који вреде 3 поена*

1.  $\frac{2017 \cdot 20,17}{2,017 \cdot 201,7} =$

- А) 1    Б) 10    В) 100    Г) 1000    Д) други одговор

2. Колико фигура приказаних на слици се може нацртати тако да се не подиже оловка са папира и да се ни преко једне дужи не прелази два пута?

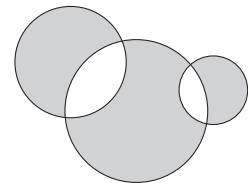


- А) 0    Б) 1    В) 2    Г) 3    Д) 4

3. Нека је  $a_n$  општи члан геометријског низа у ком је познато да је  $a_{2015} = 2015!$  и  $a_{2016} = 2016!$ . Одредити  $a_{2017}$ .

- А)  $2017!$     Б)  $2016 \cdot 2016!$     В)  $2015!$     Г) 2017    Д) 2016

4. Збир обима сивих фигура са слике десно је  $64\pi$  cm. Колики је збир дужина полупречника три кружнице са слике, које формирају посматрану фигуру?



- А) 8 cm    Б) 24 cm    В) 32 cm  
Г) 48 cm    Д) немогуће је одредити

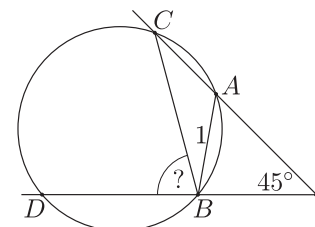
5. На вечери у кампу истраживачке експедиције, сваку порцију супе деле два кампера, сваку порцију ћуфти деле три кампера, а сваку порцију чоколадног пудинга деле четири кампера. Сваки кампер конзумира све три врсте хране и све порције након вечере су остале празне. Колико је било кампера на вечери, ако је камп-лидер отворио укупно 156 порција хране?

- А) 100    Б) 121    В) 144    Г) 148    Д) 150

6. Колико природних бројева  $A$  има особину да је тачно један од бројева  $A$  и  $A + 10$  троцифрен?

- А) 0    Б) 9    В) 10    Г) 19    Д) 20

7. Праве линије  $AC$  и  $BD$  секу кружницу полупречника 1 и међусобно граде угао од  $45^\circ$ , а дужина тетиве  $AB$  је 1, као на слици десно. Колика је мера угла  $CBD$ ?



- А)  $45^\circ$     Б)  $55^\circ$     В)  $60^\circ$     Г)  $75^\circ$     Д)  $85^\circ$

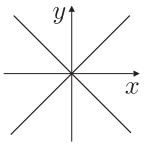
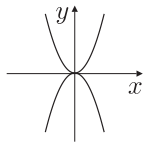
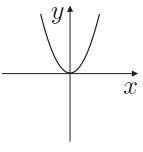
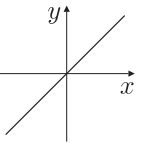
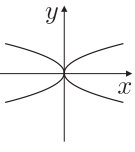
8. Када је резервоар горива 25% празан, он садржи 25 литара горива више него када је 25% пун. Капацитет резервоара (у литрима) је:

- А) 75    Б) 100    В) 37,5    Г) 80    Д) 50

9. Последња цифра броја  $2^{2017} + 0^{2017} + 1^{2017} + 7^{2017}$  је:

- А) 0      Б) 2      В) 4      Г) 8      Д) 9

10. Које линије представљају скуп тачака које задовољавају једнакост  $y^2 - x^2 = 0$ ?

- А)       Б)       В)       Г)       Д) 

**Задачи који вреде 4 поена**

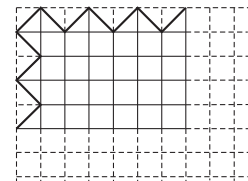
11. Све вредности функције  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  су ненегативне и  $f$  задовољава следећа два услова:  $f(1) = 2017$  и  $f(x + y) = f(x)f(y)$ . Колика је вредност  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ?

- А)  $\frac{2017}{2}$       Б) 1      В) 0      Г) 4034      Д)  $\sqrt{2017}$

12. Две свеће су исте дужине. Прва гори 10 сати док потпуно не изгори, а друга гори 8 сати док потпуно не изгори. Обе свеће су упаљене у подне. У колико сати ће дужина прве свеће бити двоструко дужа од дужине друге свеће?

- А) 18.40      Б) 19.00      В) 19.20      Г) 19.40      Д) 20.00

13. Унутар правоугаоника димензија  $100 \times 200$  уцртана је квадратна мрежа, при чему је дужина стране квадрата мреже једнака 1. Богдан је расецао ивичне квадрате као на слици да би добио фигуру која има цик-цак обод. Колики је обим добијене фигуре?



- А) 600      Б)  $600\sqrt{2}$       В)  $592\sqrt{2}$       Г) 592      Д)  $596\sqrt{2}$

14. Нека су  $a$  и  $b$  прва два члана низа. Трећи члан низа једнак је збиру прва два. Сабирањем чланова низа на суседним непарним позицијама добијамо члан низа на следећој парној позицији, на пример, збир првог и трећег члана је четврти члан, а збир трећег и петог је шести члан. Слично, збир чланова низа на суседним парним позицијама даје члан низа на следећој непарној позицији, на пример, збир другог и четвртог члана је пети члан и тако даље. Ако је седми члан низа једнак осмом члану, колика је вредност шестог члана?

- А)  $a$       Б)  $b$       В)  $a + b$       Г)  $5a + 4b$       Д) 0

15. У реду једна поред друге стоји 45 зелених, 24 жутих и 20 црвених коцки. Било које две суседне коцке су различитих боја. Који од следећих исказа је сигурно тачан?

- А) Крајње коцке су зелена и жута.  
 Б) Бар негде су жута и црвена коцка суседне.  
 В) Постоје 4 зелене коцке такве да су им обе суседне коцке жуте.  
 Г) Постоје 3 зелене коцке такве да су им обе суседне коцке жуте.  
 Д) Такав распоред не постоји.

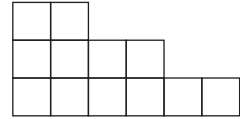
16. Висина  $CD$  троугла  $ABC$  је дужине 6,  $AD = 9$ ,  $DB = 4$  и тачка  $D$  је тачка на дужи  $AB$ . Колика је мера угла  $ACB$ ?

- А)  $60^\circ$     Б)  $75^\circ$     В)  $90^\circ$     Г)  $120^\circ$     Д)  $150^\circ$

17. Ако је одсечак између координатних оса праве  $12x + my - 60 = 0$  једнак 13, тада је:

- А)  $|m| = 2$     Б)  $|m| = 3$     В)  $|m| = 4$     Г)  $|m| = 5$     Д) не може се одредити

18. Марија има 4 картонске фигуре подељене на јединичне квадрате као на слици десно. Колико правоугаоника различитих димензија она може саставити ако употреби све 4 фигуре, при чему се фигуре не смеју преклапати и правоугаоник не сме садржати шупљине?



- А) 4    Б) 3    В) 2    Г) 1    Д) 0

19. Дигитални часовник приказује време у формату  $hh : mm$ , где прве две цифре означавају сате (тј.  $hh \in \{00, 01, \dots, 23\}$ ), а друге две цифре означавају минуте (тј.  $mm \in \{00, 01, \dots, 59\}$ ). Колико пута у току 24 часа је збир цифара које означавају сате једнак збиру цифара које означавају минуте?

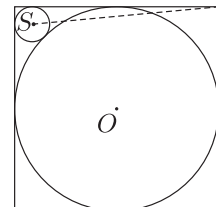
- А) 80    Б) 81    В) 88    Г) 89    Д) више од 90

20. Бацају се истовремено две коцкице за игру. Колика је вероватноћа да се на обе коцкице добију сложени бројеви?

- А)  $\frac{1}{18}$     Б)  $\frac{1}{12}$     В)  $\frac{1}{9}$     Г)  $\frac{1}{6}$     Д)  $\frac{1}{4}$

**Загаци који вреде 5 поена**

21. Круг са центром у тачки  $O$  уписан је у квадрат странице дужине  $a$ . Мали круг са центром у тачки  $S$  уписан је тако да додирује две странице квадрата и уписани круг (видети слику десно). Растојање између тачке  $S$  и темена квадрата које није колинеарно са  $OS$  је:

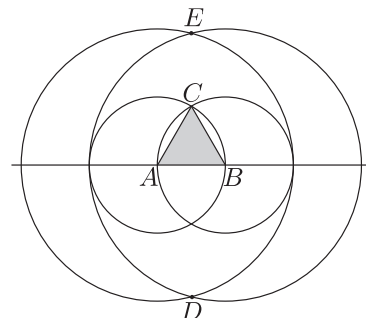


- А)  $\frac{3a\sqrt{2}}{4}\sqrt{13 - 8\sqrt{2}}$     Б)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}\sqrt{13 - 8\sqrt{2}}$     В)  $\frac{2a\sqrt{2}}{3}\sqrt{13 - 8\sqrt{2}}$   
 Г)  $a\sqrt{13 - 8\sqrt{2}}$     Д)  $a\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}$

22. Нина је формирала низ природних бројева у растућем поретку, али тако да је записала све природне бројеве у чијем запису учествују само цифре 2, 4, 6 и 8. Који је 2017. број у том низу?

- А) 246824    Б) 246642    В) 266282    Г) 266464    Д) 288842

23. Троугао  $ABC$  је једнакостраничан, странице дужине 1. Конструисане су 4 кружнице са центрима у теменима  $A$  и  $B$ , као што је приказано на слици десно. Растојање између тачака  $E$  и  $D$  је:



- А)  $\sqrt{11}$     Б)  $\sqrt{12}$     В)  $\sqrt{13}$   
 Г)  $\sqrt{14}$     Д)  $\sqrt{15}$

24. Написани су сви делиоци природног броја  $N$  сем 1 и  $N$ . Највећи написани делилац је 77 пута већи од најмањег написаног делиоца. Колико природних бројева  $N$  задовољава ту особину?

- А) 1    Б) 2    В) 3    Г) 4    Д) више од 4

25. За функције:  $f_1(x) = (x - 1)^2$ ,  $f_2(x) = |x - 1|^2$ ,  $f_3(x) = |x - 1|\sqrt{x^2 - 2x + 1}$  и  $f_4(x) = (x - 1)\sqrt{(x - 1)^2}$  важи:

- А) све дате функције су једнаке    Б)  $f_1 = f_2 = f_3 \neq f_4$     В)  $f_1 = f_2 \neq f_3 = f_4$   
 Г) све дате функције су међусобно различите    Д)  $f_1 = f_2 \neq f_3, f_4 \neq f_1$

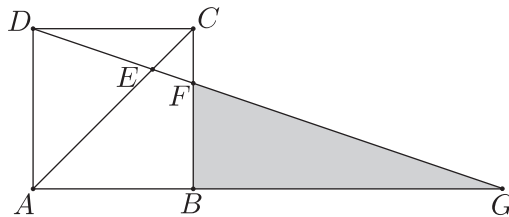
26. Марко жели да одреди три различита природна броја, таква да сваки од њих дели збир друга два. На колико начина то Марко може урадити?

- А) 0    Б) 1    В) 3    Г) 9    Д) бесконачно много

27. Милан има 5 штапова чије су дужине  $a, b, c, d$  и  $e$  и важи да је  $a < b < c < d < e$ . Од само три своја штапа он није могао да направи троугао. Штапови од којих није могао да направи троугао имају дужине:

- А)  $a, b$  и  $e$     Б)  $b, c$  и  $d$     В)  $a, b$  и  $c$     Г)  $a, d$  и  $e$     Д)  $c, d$  и  $e$

28. Нека у квадрату  $ABCD$  дуж  $DF$  сече дијагоналу  $AC$  у тачки  $E$ , тако да је  $DE = 3$  и  $EF = 1$  и нека је тачка  $G$  у пресеку правих  $DF$  и  $AB$  (видети слику).



Површина троугла  $BFG$  је:

- А)  $\frac{50}{3}$     Б)  $\frac{24}{5}$     В)  $\frac{48}{5}$     Г)  $\frac{6\sqrt{10}}{5}$     Д) 10

29. Природан број је „егзотичан” ако је остатак при дељењу броја 2017 тим бројем једнак 37. Колико има „егзотичних” бројева?

- А) 11    Б) 16    В) 19    Г) 21    Д) 36

30. На квадратној табли димензија  $3 \times 3$  решаваћемо бројевну укрштеницу (видети слику). Зна се да свако поље садржи тачно једну цифру различиту од 0.

ВОДОРАВНО:

2: збир цифара од 2 усправно,

4: прост број,

5: збир бројева од 1 усправно, 2 водоравно и 3 усправно.

УСПРАВНО:

1: производ два проста броја,

2: садржалац броја 99,

3: квадрат од 4 водоравно.

1	2	3
4		
5	?	

Цифра у пољу са знаком „?” је:

- А) 2    Б) 4    В) 6    Г) 8    Д) постоји више решења